

航空发动机控制问题研究中飞行包线区域的划分方法

王 进¹, 李 剑², 谢寿生¹

(1. 空军工程大学 工程学院, 陕西 西安 710038;

2. 空军第八研究所, 北京 100076)

摘要: 根据矩阵扰动分析理论, 分析了发动机进口参数的扰动对发动机模型状态系数矩阵特征值的影响, 并在此基础上进行了飞行包线区域划分, 在应用这一方法得到的飞行区域内, 发动机模型的结构参数摄动量可以在指定范围内变化, 计算结果也表明该分区方法是正确的。

关键词: 航空、航天推进系统; 航空发动机; 矩阵扰动; 摄动量; 飞行包线

中图分类号: V233.7

文献标识码: A

Flight Envelope Division Method in Aeroengine Control Study

WANG Jin¹, LI Jian², XIE Shou-sheng¹

(1. Air Force Engineering University, Xi'an 710038, China;

2. The Air Force Eighth Research Institute, Beijing 100076, China)

Abstract: According to the matrix perturbation analysis theory, this paper analyzes the effects of engine inlet parameter perturbation on coefficient matrix eigenvalues of engine model. And based on the analysis, the engine envelope is divided into several areas. In these areas, the structure parameter perturbations of engine model are varied within a designated range. The calculated results indicate that the division method of flight envelope is proper.

Key words: aerospace propulsion system; aeroengine; matrix perturbation; perturbation; flight envelope

1 引言

航空发动机的动态过程是个十分复杂的非线性数学模型。建立非线性数学模型尽管计算精度得到提高, 但由于工程量巨大, 算法复杂以及算法稳定性等问题, 使得动态模型的计算速度和有效性在工程应用中受到一定的影响。利用线性化方法, 建立线性模型, 对于一般工程问题而言具有一

定的精度, 而且使问题简化, 便于解决工程问题。通常使用的小偏差线性动态模型, 一般适用于研究稳态点附近小范围内的发动机动态特性, 不能在全飞行包线范围内建立发动机控制系统的数学模型。因此经常需要将整个飞行包线划分为许多子区域, 然后在每个区域内选择典型点作为标称点。文献[1]提出一种根据发动机进口参数的相对变化指标对飞行包线进行划分的方法, 本文根据

收稿日期: 2002-07-10; 修订日期: 2002-10-06

作者简介: 王进(1974-), 男, 湖南株洲人, 空军第八研究所发动机研究室工程师, 空军工程大学工程学院飞机与发动机工程系博士生, 主要从事军用发动机论证、航空发动机总体研究。

矩阵扰动分析理论提出了一种新的更为合理的分区方法。

2 飞行包线区域的划分

非加力状态下航空发动机的一般状态空间模型如下^[2]:

$$\left. \begin{aligned} \dot{n}_L &= f_1(n_L, n_H, m_f, A_e, T_1^*, P_1^*) \\ \dot{n}_H &= f_2(n_L, n_H, m_f, A_e, T_1^*, P_1^*) \\ y &= f_3(n_L, n_H, m_f, A_e, T_1^*, P_1^*) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中: n_L 为发动机低压转子转速, n_H 为发动机高压转子转速, m_f 为主供油量, A_e 为喷管临界截面积, T_1^* 为发动机进口总温, P_1^* 为发动机进口总压。对(1)式在稳态点按 Taylor 级数展开, 并略去高阶项, 可得如下发动机线性状态模型:

$$\left. \begin{aligned} \dot{X} &= AX + Bu \\ y &= CX + Du \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

其中:

$$X = \begin{bmatrix} n_L \\ n_H \end{bmatrix}, \quad u = \begin{bmatrix} m_f \\ A_e \end{bmatrix}$$

$$y = \begin{bmatrix} n_L \\ n_H \\ T_4^* \end{bmatrix}$$

A, B, C 和 D 为系数矩阵。

在某一稳态工作点, 当发动机外界条件确定后, 对于一定的控制规律, 给定状态方程的输入主供油量 m_f 和喷管临界截面积 A_e , 显然低压转速 n_L 、高压转速 n_H 、涡轮前温度 T_4^* 仅为飞行条件的函数, 即 T_1^*, P_1^* 的函数。由此可以推断, 发动机线性状态空间模型的各个矩阵仅为 T_1^*, P_1^* 的函数。如果进气道确定, 那么发动机线性状态空间模型的各个矩阵仅为飞行高度 H 和飞行马赫数 Ma 的函数, 即:

$$A = A(H, Ma)$$

$$B = B(H, Ma)$$

$$C = C(H, Ma)$$

$$D = D(H, Ma)$$

由以上讨论可知, 当 H 和 Ma 在飞行包线范围内一定区域内变化时, 发动机的状态空间模型变化不大。由于对发动机动态特性指标起主要影响的是状态矩阵 A , 因此, 假设 T_1^* 和 P_1^* 在一定的小范围内变化, 此时可得到如下方程:

$$\Delta A = \left. \frac{\partial A}{\partial T_1^*} \right|_{P_1^*=P_0^*} \Delta T_1^* +$$

$$\left. \frac{\partial A}{\partial P_1^*} \right|_{T_1^*=T_0^*} \Delta P_1^* \quad (3)$$

式中 T_0^*, P_0^* 为发动机在标称点处进口总温和总压。

式(3)可写为:

$$\Delta a_{ij} = \left[\left. \frac{\partial A}{\partial T_1^*} \right|_{P_1^*=P_0^*} \right]_{ij} \Delta T_1^* + \left[\left. \frac{\partial A}{\partial P_1^*} \right|_{T_1^*=T_0^*} \right]_{ij} \Delta P_1^* \quad (4)$$

式中: Δa_{ij} 为 ΔA 第 i 行第 j 列的元素。

$$\Delta T_1^* = T_1^* - T_0^*$$

$$\Delta P_1^* = P_1^* - P_0^*$$

当外界条件变化时, 即 T_1^* 和 P_1^* 变化时, 发动机线性空间模型可写为:

$$\dot{X} = (A + \Delta A)X + (B + \Delta B)u$$

$$y = (C + \Delta C)X + (D + \Delta D)u$$

由矩阵扰动分析理论可知, 状态矩阵 A 中各元素的变化, 可以由矩阵 A 特征值的变化来表示。因此我们要确定 T_1^* 和 P_1^* 变化范围, 使(2)式中的状态矩阵的特征值, 在受到扰动后的相对变化量在指定的范围内。

由 Bellman-Feynman 定理^[3]: 设 $A = [a_{ij}] \in R^{n \times n}$ 为一非亏损矩阵, 其特征值为 $\lambda, i=1, 2, \dots, n$ 与 λ_i 相对应的左、右特征向量分别为 y_i 和 x_i , 则有:

$$\frac{\partial \lambda_k}{\partial a_{ij}} = \frac{y_k^T \frac{\partial A}{\partial a_{ij}} x_k}{y_k^T x_k}$$

由此定理可得:

$$\Delta \lambda_k = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{y_k^T \frac{\partial A}{\partial a_{ij}} x_k}{y_k^T x_k} \Delta a_{ij}$$

设(2)式中状态矩阵的特征值为 λ , 与其相对应的左右特征向量分别为 y_i 和 x_i , 设定 $|\Delta \lambda_i|/|\lambda_i^*| \leq \varepsilon$, 其中 λ_i^* 为标称点状态矩阵的特征值, 所以有:

$$\left| \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{y_k^T \frac{\partial A}{\partial a_{ij}} x_k}{y_k^T x_k} \Delta a_{ij} \right| \leq |\lambda_i^*| \varepsilon \quad (5)$$

联立式(4)和(5), 得出:

$$|f_i(T_1^*, P_1^*)| \leq |\lambda_i^*| \varepsilon \quad (i=1, 2) \quad (6)$$

由此, 解出 T_1^* 和 P_1^* 的范围(如图 1 所示), 使得发动机线性模型受到该范围内的 T_1^* 和 P_1^* 的扰动后, λ 的相对变化在指定范围内。

又因为:

$$H \leq 11 \text{ km} \begin{cases} T_1^* = (288 - 6.5H)(1 + 0.2 Ma^2) - 273 \\ P_1^* = \left(1 - \frac{H}{44.38}\right)^{5.2553} (1 + 0.2 Ma^2)^{3.5} \end{cases} \quad (7)$$

$$H > 11 \text{ km} \begin{cases} T_1^* = 216.5(1 + 0.2 Ma^2) - 273 \\ P_1^* = 0.22319e^{(11-H)/6.338} (1 + 0.2 Ma^2)^{3.5} \end{cases} \quad (8)$$

由式(5)、(6)和(7)可得:

$$|g_i(H, Ma)| \leq \epsilon \quad (i = 1, 2) \quad (8)$$

由式(7)可以看出,对于给定 T_1^* , P_1^* , H 和 Ma 的有效解是唯一的,因此用拟牛顿法求解(8)式,得出 H 和 Ma 的范围,如图 2 所示。

3 结果分析

标称点:

$$H = 3.531962 \text{ km}, \quad Ma = 1.259485$$

$$\lambda_1^* = -5.0244, \quad \lambda_2^* = -24.7736$$

1 点:

$$H = 2.5 \text{ km}, \quad Ma = 1.19,$$

$$\lambda_1 = -5.2669, \quad \lambda_2 = -25.7902$$

2 点:

$$H = 4.5877 \text{ km}, \quad Ma = 1.3282$$

$$\lambda_1 = -4.7936, \quad \lambda_2 = -24.6924$$

3 点:

$$H = 4 \text{ km}, \quad Ma = 1.25$$

$$\lambda_1 = -4.9695, \quad \lambda_2 = -23.3086$$

4 点:

$$H = 3 \text{ km}, \quad Ma = 1.26$$

$$\lambda_1 = -4.316, \quad \lambda_2 = -26.3237$$

取 $\epsilon = 0.05$, 则有:

由图 2 可以看出,3 点和 4 点与标称点相距不远,但由于并不属于同一区域,故 λ 的相对变化较大,大于指定的变化极限 ϵ ,模型的差异较大;1 点和 2 点与标称点相距较远,但因为属于同一区域,故 λ 的相对变化较小,小于指定的变化极限 ϵ ,模型的差异较小。这表明本文的这种飞行区域划分方法的思想是正确的,更大量的计算也证实了这一点。本文虽然只对全飞行包线中的一个区域

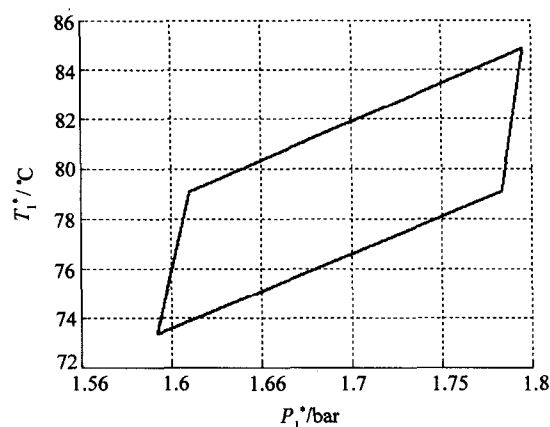


图 1 指定 λ 变化量的 T_1^* , P_1^* 范围

Fig. 1 T_1^* , P_1^* Range to designated λ

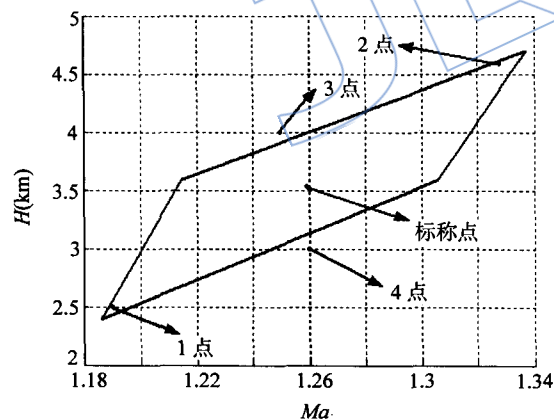


图 2 指定 λ 变化量对应的飞行包线区域

Fig. 2 Flight envelope area to designated λ

表 1 样点与标称点的特征值相对变化量

Table 1 Eigenvalue variance of sample point to standard point

相对变化量	1	2	3	4
$ \lambda_1 - \lambda_1^* / \lambda_1^* $	$4.83\% < \epsilon$	$4.59\% < \epsilon$	$1.09\% < \epsilon$	$1.85\% < \epsilon$
$ \lambda_2 - \lambda_2^* / \lambda_2^* $	$4.10\% < \epsilon$	$4.36\% < \epsilon$	$5.91\% > \epsilon$	$6.26\% > \epsilon$

进行了验证,但是本文的方法适用于全飞行包线的划分。

4 结 论

本文根据矩阵扰动分析理论提供了一种航空发动机飞行包线区域划分的新方法。通过对一个区域的计算分析,结果表明了这一方法的正确性。采用该方法可以对发动机的飞行包线进行合理的划分,为航空发动机控制问题的研究和应用提供一个必要的基础。

参考文献:

- [1] 陶涛. 航空发动机鲁棒控制研究[D]. 西安:西北工业大学, 1997.
- [2] 樊思齐,徐芸华. 航空推进系统控制[M]. 西安:西北工业大学出版社,1995.
- [3] 段广仁. 线性系统理论[M]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学出版社,1996.
- [4] Dean Frederick, Sanjay Garg, Shridhar Adibhatla. Turbofan Engine Control Design Using Robust Multivariable Control Technology[R]. AIAA-96-2587, 1996.

JALSP